

1. On lance successivement un dé cubique équilibré jusqu'à ce que le total des nombres obtenus soit supérieur ou égal à 3. Donner l'espérance du nombre de lancers réalisés.
2. On considère un trousseau de cinq clés dont deux permettent d'ouvrir une porte donnée. En commençant par une clé choisie au hasard, on teste les clés successivement jusqu'à l'ouverture de la porte. Déterminer l'espérance et la variance du nombre d'essais nécessaires.
3. On considère une urne contenant 5 boules blanches et 5 boules noires indiscernables, et on tire successivement et sans remise toutes les boules de l'urne. Déterminer l'espérance du rang d'obtention de la première boule noire.
4. On considère un devoir de mathématiques avec une moyenne de 8 et un écart-type de 2. Déterminer le plus petit intervalle centré autour de la moyenne tel qu'une copie tirée au hasard appartienne à celui-ci avec une probabilité supérieure à 75%.
5. On considère une urne contenant une boule blanche et une boule noire indiscernables et on effectue des tirages successifs en remettant après chaque tirage la boule tirée et en ajoutant une boule supplémentaire de la même couleur. Déterminer la loi de probabilité du nombre de boules blanches présentes dans l'urne après N tirages.
6. On effectue N tirage successifs avec remise dans une urne contenant deux boules blanches et trois boules noires indiscernables. On gagne g points par boule blanche tirée et on perd deux points par boule noire tirée. Quelle valeur de g faut-il choisir pour que l'espérance du gain soit nulle ?
7. On tire une boule dans une urne contenant k boules portant le numéro k pour tout $k \in \llbracket 1; 9 \rrbracket$. Déterminer l'espérance et la variance du numéro de la boule tirée.
8. On lance successivement une pièce déséquilibrée. On note p la probabilité d'obtention de « pile », et X la proportion de « pile » obtenus après N lancers. Calculer l'espérance et la variance de X , puis déterminer N pour que X soit une valeur approchée de p au dixième avec une probabilité de 90%.
9. On se propose d'analyser le sang d'une population de N individus pour déceler la présence éventuelle d'un virus donc on sait qu'il affecte une personne donnée avec la probabilité p . On dispose pour cela de deux méthodes :
 - on analyse, une par une, le sang des N personnes ;
 - on regroupe la population en g groupes de n individus. On collecte le sang des n individus de chaque groupe dans une même éprouvette. Si le résultat d'un groupe est positif, on procède alors à une analyse individuelle des membres.
 - (1) Quelle est la loi de la variable X égale au nombre de groupes positifs ?
 - (2) Soit Y le nombre d'analyses dans la deuxième méthode. Calculer $\mathbf{E}(Y)$ en fonction de N , n et p .
 - (3) Comparer les deux méthodes pour $N = 1\,000$, $n = 100$ et $p = 0,01$.