1. Résoudre les équations différentielles suivantes :

- $(t^2 + 1)y' + ty = \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}}$;
- $(e^t + 1)y' + e^t y = e^t - 1$;
- $y'' + 2y' - 3y = 1 - 2t - 3t^2$;
- $y'' + y = e^t + e^{-t}$, où y est à valeurs réelles.
- $y'' + 9y = 5 \cos(2t)$ avec les conditions initiales $y(0) = 2$ et $y'(0) = 2$.
- $y' + y = \sin x + 3 \sin(2x)$.

2. Résoudre sur $\mathbf{R}$ les équations différentielles suivantes :

- $xy' - 2y = x^2 - 3$;
- $xy' + 2y = \frac{x}{1+x^2}$;
- $xy' - \frac{y}{2} = x^2 \ln |x|$.

3. Résoudre les équations différentielles suivantes :

- $(x^2 + 3)y'' + xy' - y = 1$; on pourra chercher les solutions polynomiales.
- $x(1 - 2 \ln x)y'' + (1 + 2 \ln x)y' - \frac{4}{x}y = 0$; on pourra chercher une solution de la forme $y = x^\alpha$.
- $x(x + 1)y'' - y' - 2y = 3x^2$; on pourra chercher une solution de l'équation homogène sous la forme $y = x^\alpha$.

4. Résoudre les équations différentielles suivantes :

- $(1 - x^2)y'' - xy' + y = 0$; on pourra faire appel au changement de variables $x = \sin t$.
- $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 2 + 2x^2 \sin x$; on pourra faire appel au changement de variables $u = \ln x$.
- $(1 + x^2)y'' + xy' - \frac{y}{4} = 0$; on pourra faire appel au changement de variables $x = \operatorname{sh} t$.

5. Chercher les solutions développables en série entière des équations suivantes, puis les résoudre complètement :

- $4xy'' - 2y' + 9x^2y = 0$;
- $xy'' + 2y' - xy = 0$;
- $4xy'' + 2y' - y = 0$;
- $x(x - 1)y'' + 3xy' + y = 0$.

6. (*) Résoudre l'équation différentielle $y'' - 3y' + 2y = \sqrt{1 + e^{-x}}$

7. Résoudre l'équation différentielle $x(x^2 + 1)y'' - 2(x^2 + 1)y' + 2xy = 0$.

8. Résoudre les systèmes différentiels suivants :

- $\begin{cases} x' = 2y + 2z \\ y' = -x + 2y + 2z \\ z' = -x + y + 3z \end{cases}$
- $\begin{cases} x' = x + y - z \\ y' = 2x + y - z \\ z' = -2x + 2y + z \end{cases}$
- $\begin{cases} y' + y = z \\ z' + 2z = y - 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} y' = y + z + \sin t \\ z' = -y + 3z \end{cases}$