Premier ordre

1. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(1) $y' - y = (x+1)e^x$

(2) $y' + y = x - e^x + \cos x$

(3) $(t^2+1)y' + ty = \frac{1}{\sqrt{t^2+1}}$;

(4) $(e^t+1)y' + e^t y = e^t - 1$;

(5) $y' - (2x - \frac{1}{x})y = 1$ (sur $\mathbf{R}_+^\star$) ;

(6) $y' - y = x^k e^x$;

(7) $x(1+\ln^2(x))y + 2\ln(x)y = 1$.

Second ordre

2. Résoudre sur $\mathbf{R}$ les équations différentielles suivantes :

(1) $y'' - 3y' + 2y = 0$;

(2) $y'' + 4y = 0$;

(3) $y'' + 2y' + 2y = 0$;

(4) $y'' + 2y' + y = t$;

(5) $y'' + y' - 2y = e^t$;

(6) $y'' + 2y' + 2y = \sin t$;

(7) $y'' + y = 1 + 2\cos(2t)$;

(8) $y'' + y' + y = te^t$;

(9) $y'' + 2y' - 3y = 1 - 2t - 3t^2$.

3. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(1) $(x^2+3)y'' + xy' - y = 1$; on pourra chercher les solutions polynomiales.

(2) $x(1-2\ln x)y'' + (1+2\ln x)y' - \frac{4}{x}y = 0$; on pourra chercher une solution de la forme $y = x^\alpha$.

(3) $x(x+1)y'' - y' - 2y = 3x^2$; on pourra chercher une solution de l'équation homogène sous la forme $y = x^\alpha$.

4. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(1) $(1-x^2)y'' - xy' + y = 0$; on pourra faire appel au changement de variables $x = \sin t$.

(2) $x^2y'' - 2xy' + 2y = 2 + 2x^2\sin x$; on pourra faire appel au changement de variables $u = \ln x$.

(3) $(1+x^2)y'' + xy' - \frac{y}{4} = 0$; on pourra faire appel au changement de variables $x = \operatorname{sh} t$.

5. Chercher les solutions développables en série entière des équations suivantes, puis les résoudre complètement :

(1) $4xy'' - 2y' + 9x^2y = 0$;

(2) $xy'' + 2y' - xy = 0$;

(3) $4xy'' + 2y' - y = 0$;

(4) $x(x-1)y'' + 3xy' + y = 0$.

6. Résoudre l'équation différentielle $x(x^2+1)y'' - 2(x^2+1)y' + 2xy = 0$.

Systèmes différentiels

7. Résoudre les systèmes différentiels suivants :

(1) $\left\{\begin{array}{l} y' + y = z \\ z' + 2z = y - 1 \end{array}\right.$

(2) $\left\{\begin{array}{l} y' = y + z + \sin t \\ z' = -y + 3z \end{array}\right.$

(3) $\left\{\begin{array}{l} x' = 2y + 2z \\ y' = -x + 2y + 2z \\ z' = -x + y + 3z \end{array}\right.$

(4) $\left\{\begin{array}{l} x' = x + y - z \\ y' = 2x + y - z \\ z' = -2x + 2y + z \end{array}\right.$