

1. Dessiner l'allure des arcs paramétrés suivants au voisinage du point de paramètre $t = 0$:

- (1) $x(t) = t + 2t^2 - t^3$, $y(t) = t + 2t^2 - t^7$;
- (2) $x(t) = -1 - t + t^2$, $y(t) = t^2 + t^3$;
- (3) $x(t) = -t^2 - 2t^3$, $y(t) = 1 - t^3 - t^5$;
- (4) $x(t) = t^2 + 3t^3 + t^4$, $y(t) = -2t^2 - 6t^3 + t^4$.

2. On considère un arc paramétré dont le tableau de variation des fonctions coordonnées est :

t	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x'(t)$	0	+		+
$x(t)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ $-\infty$	$\nearrow$
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$
$y'(t)$	0	+	0	-

À la lecture de ce tableau, déterminer les points stationnaires, les tangentes horizontales ou verticales, les éventuelles asymptotes, puis proposer un tracé de courbe pouvant correspondre à ce tableau.

3. Tracer les courbes paramétrées suivantes :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \begin{cases} x = \sin(3t) \\ y = \cos(2t) \end{cases} & (4) \quad & \begin{cases} x = t \exp(\frac{2}{t}) \\ y = (t-2) \exp(-\frac{1}{t}) \end{cases} \\
 (2) \quad & \begin{cases} x = \frac{1}{2}(3 \cos(t) - \cos(3t)) \\ y = \frac{1}{2}(3 \sin(t) - \sin(3t)) \end{cases} & (5) \quad & \begin{cases} x = \frac{t^2+1}{t^2-1} \\ y = \frac{4t}{t^2-1} \end{cases} \\
 (3) \quad & \begin{cases} x = \frac{t^3}{t-1} \\ y = \frac{t^2}{t-1} \end{cases} & (6) \quad & \begin{cases} x = \frac{3t}{1+t^3} \\ y = \frac{3t^2}{1+t^3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

4. Tracer la courbe Γ : $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ puis calculer sa longueur.

1. Dessiner l'allure des arcs paramétrés suivants au voisinage du point de paramètre $t = 0$:

- (1) $x(t) = t + 2t^2 - t^3$, $y(t) = t + 2t^2 - t^7$;
- (2) $x(t) = -1 - t + t^2$, $y(t) = t^2 + t^3$;
- (3) $x(t) = -t^2 - 2t^3$, $y(t) = 1 - t^3 - t^5$;
- (4) $x(t) = t^2 + 3t^3 + t^4$, $y(t) = -2t^2 - 6t^3 + t^4$.

2. On considère un arc paramétré dont le tableau de variation des fonctions coordonnées est :

t	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x'(t)$	0	+		+
$x(t)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ $-\infty$	$\nearrow$
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$
$y'(t)$	0	+	0	-

À la lecture de ce tableau, déterminer les points stationnaires, les tangentes horizontales ou verticales, les éventuelles asymptotes, puis proposer un tracé de courbe pouvant correspondre à ce tableau.

3. Tracer les courbes paramétrées suivantes :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \begin{cases} x = \sin(3t) \\ y = \cos(2t) \end{cases} & (4) \quad & \begin{cases} x = t \exp(\frac{2}{t}) \\ y = (t-2) \exp(-\frac{1}{t}) \end{cases} \\
 (2) \quad & \begin{cases} x = \frac{1}{2}(3 \cos(t) - \cos(3t)) \\ y = \frac{1}{2}(3 \sin(t) - \sin(3t)) \end{cases} & (5) \quad & \begin{cases} x = \frac{t^2+1}{t^2-1} \\ y = \frac{4t}{t^2-1} \end{cases} \\
 (3) \quad & \begin{cases} x = \frac{t^3}{t-1} \\ y = \frac{t^2}{t-1} \end{cases} & (6) \quad & \begin{cases} x = \frac{3t}{1+t^3} \\ y = \frac{3t^2}{1+t^3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

4. Tracer la courbe Γ : $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ puis calculer sa longueur.