

1. Pour chacun des arcs paramétrés suivants, déterminer un intervalle d'étude  $I$  le plus petit possible et décrire comment obtenir la courbe complète à partir du tracé sur  $I$ .

$$(1) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = \cos(2t) \\ y = \sin(5t) \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = \frac{1}{1+t^2} \\ y = \frac{t^2}{1+t^2} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x = \cos(t) \sin(2t) \\ y = \sin(t) \cos(2t) \end{cases}$$

2. Dessiner l'allure des arcs paramétrés suivants au voisinage du point de paramètre  $t = 0$  :

$$(1) x(t) = t + 2t^2 - t^3, y(t) = t + 2t^2 - t^7;$$

$$(2) x(t) = -1 - t + t^2, y(t) = t^2 + t^3;$$

$$(3) x(t) = -t^2 - 2t^3, y(t) = 1 - t^3 - t^5;$$

$$(4) x(t) = t^2 + 3t^3 + t^4, y(t) = -2t^2 - 6t^3 + t^4.$$

3. On considère un arc paramétré dont le tableau de variation des fonctions coordonnées est :

$t$	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x'(t)$	0 +		+	+
$x(t)$	1 ↗	$+\infty$    $-\infty$	↗ $-\frac{1}{2}$	↗ 0
$y(t)$	0 ↗	1	↗ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$	↘ $-\infty$
$y'(t)$	0	+	0	-

À la lecture de ce tableau, déterminer les points stationnaires, les tangentes horizontales ou verticales, les éventuelles asymptotes, puis proposer un tracé de courbe pouvant correspondre à ce tableau.

4. Tracer les courbes paramétrées suivantes :

$$(1) \begin{cases} x = \sin(3t) \\ y = \cos(2t) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = \frac{1}{2}(3 \cos(t) - \cos(3t)) \\ y = \frac{1}{2}(3 \sin(t) - \sin(3t)) \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = \frac{t^3}{t-1} \\ y = \frac{t^2}{t-1} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x = t \exp\left(\frac{2}{t}\right) \\ y = (t-2) \exp\left(-\frac{1}{t}\right) \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x = \frac{t^2 + 1}{t^2 - 1} \\ y = \frac{4t}{t^2 - 1} \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x = \frac{3t}{1+t^3} \\ y = \frac{3t^2}{1+t^3} \end{cases}$$